

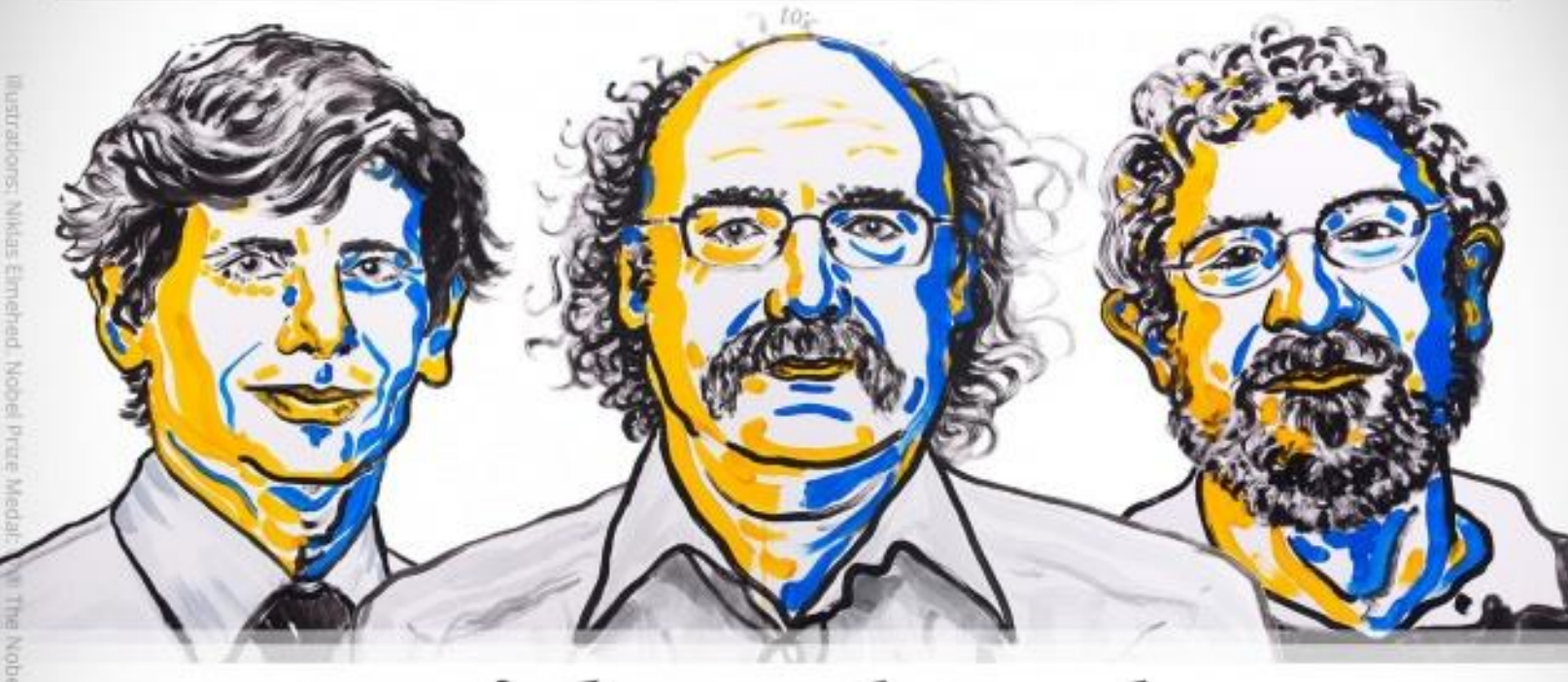
Solidi platonici, topologia e ciambelle.



Club matematico 2017

The Royal Swedish Academy of Sciences has decided to award the

2016 NOBEL PRIZE IN PHYSICS



David Thouless

Duncan Haldane

Michael Kosterlitz

Dal comunicato stampa della Reale Accademia di Svezia per le Scienze:

“...They have used advanced mathematical methods to study unusual phases, or states, of matter, such as superconductors, superfluids or thin magnetic films...”

“...Topology is a branch of mathematics that describes properties that only change step-wise. Using topology as a tool, they were able to astound the experts...”

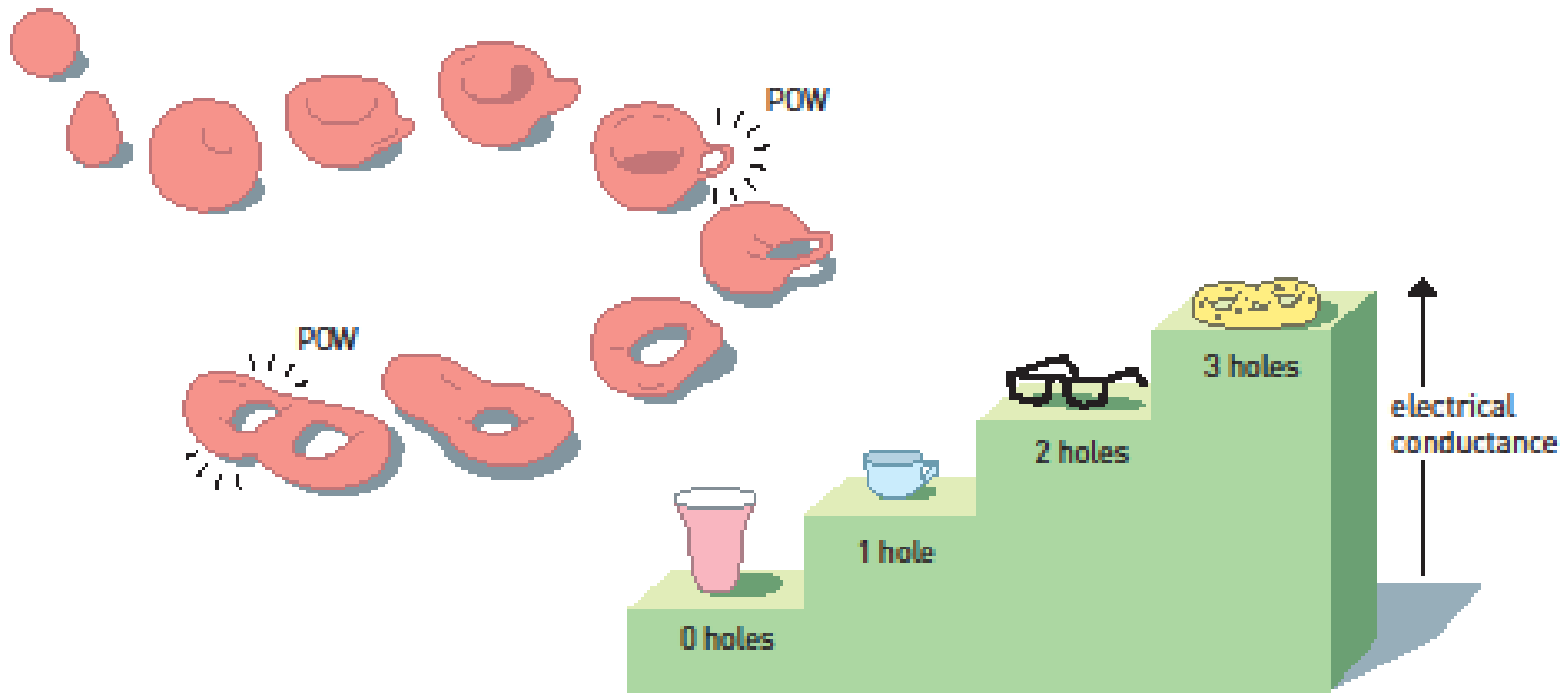
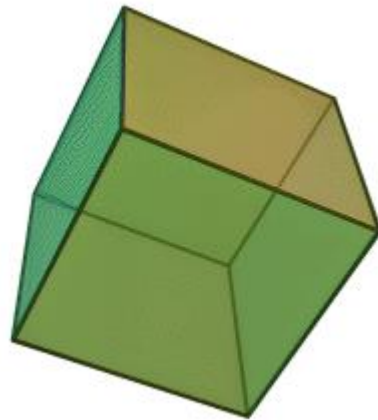
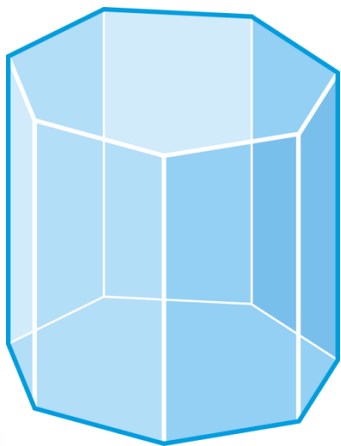
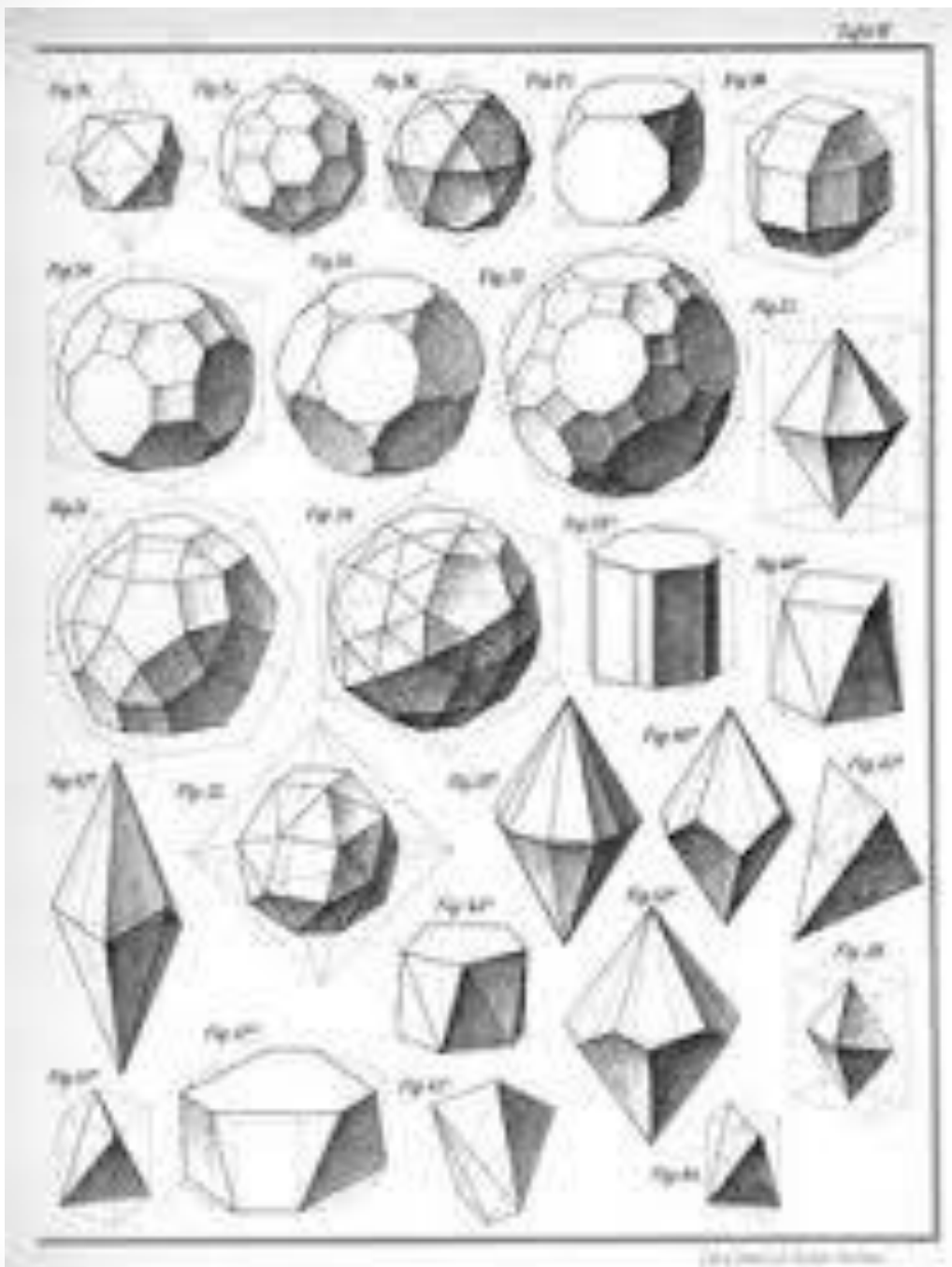


Illustration: ©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

Poliedri

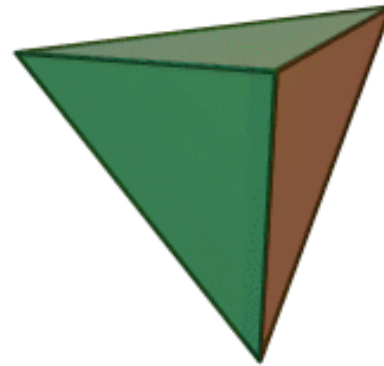
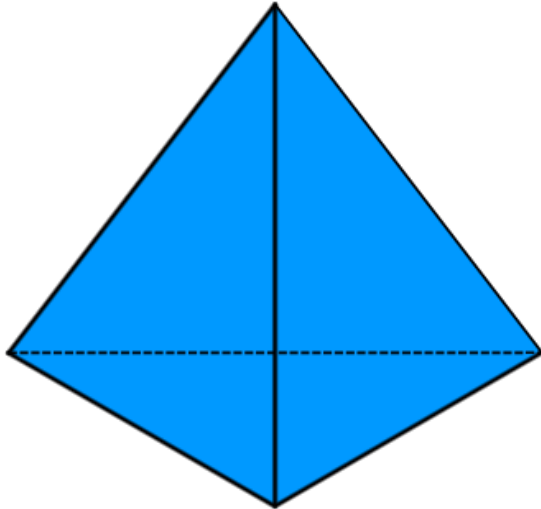
- Un poliedro (convesso) è una porzione non vuota di spazio limitata ottenuta come intersezione di un numero finito di semispazi.





**J.M. Brückner
(1860-1934)**

Per i poliedri convessi esiste una famosa relazione che lega facce, spigoli e vertici. Riuscite a trovarla?



Chi la sa già stia in silenzio per un momento.

V = numero dei vertici

S = numero degli spigoli

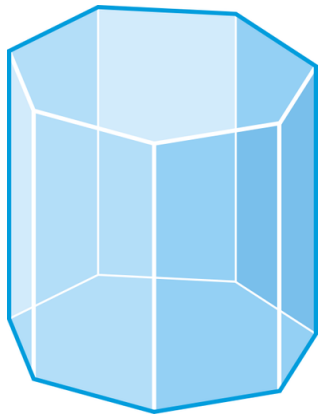
F = numero delle facce

$$***V - S + F = 2***$$

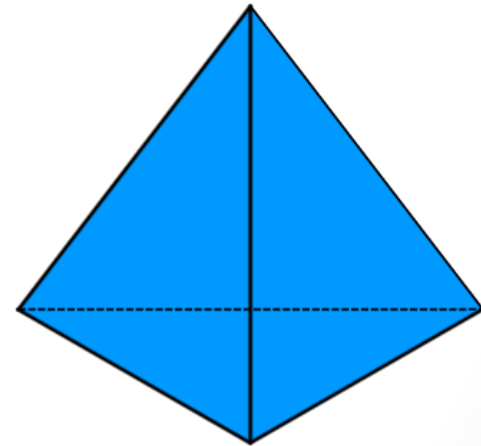
Questa forma ci può aiutare a capire quali sono i famosissimi **solidi platonici**.

Solidi platonici

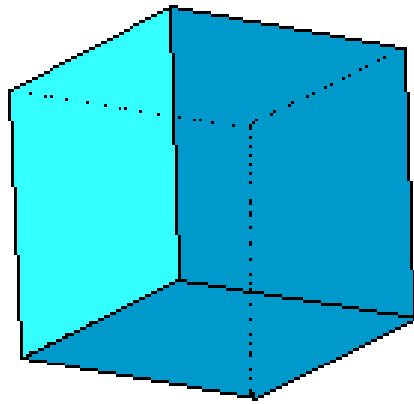
- Un poliedro convesso si dice **regolare** (o **solido platonico**) se tutti le facce sono poligoni regolari congruenti e ogni vertice è contenuto nello stesso numero di facce.



NO

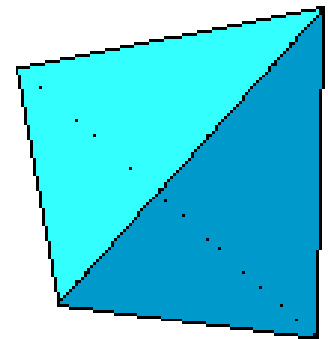
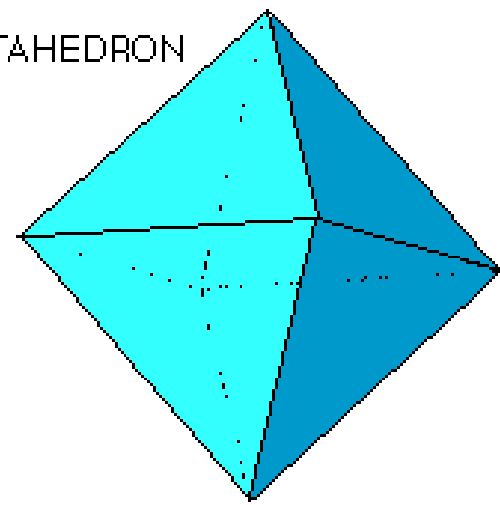


SI



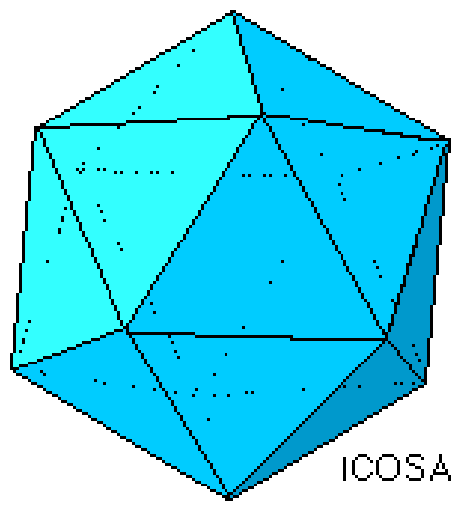
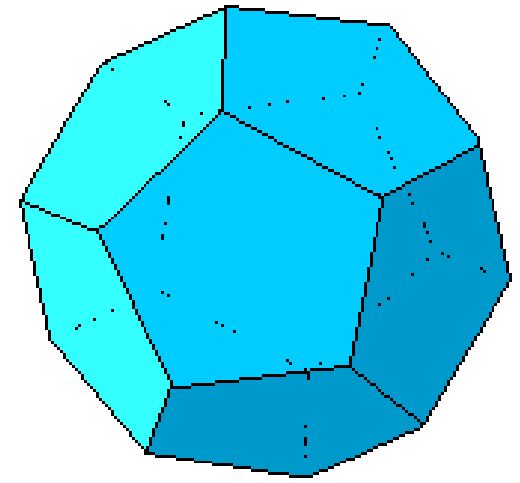
CUBE

OCTAHEDRON



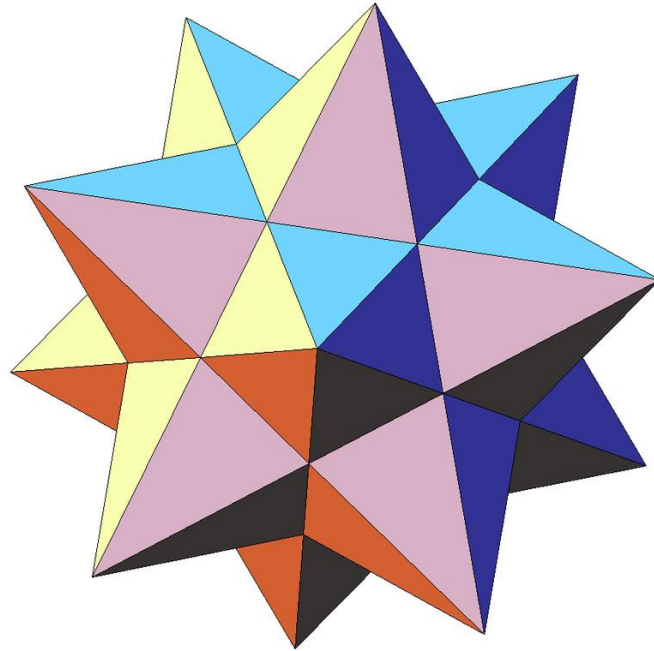
TETRAHEDRON

DODECAHEDRON



ICOSAHEDRON

- E i poliedri non convessi?



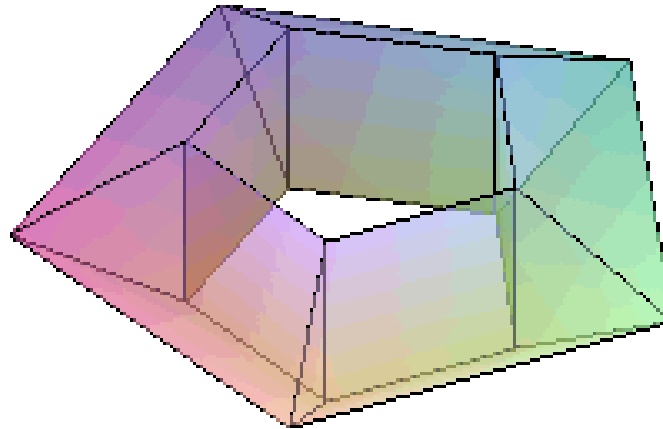
$$F = 60$$

$$V = 32$$

$$S = 90$$

$$F - S + V = 2 \text{ OK!}$$

$$F = 15$$



$$V = 15$$

$$S = 30$$

$$F - S + V = 0 \text{ NO!}$$

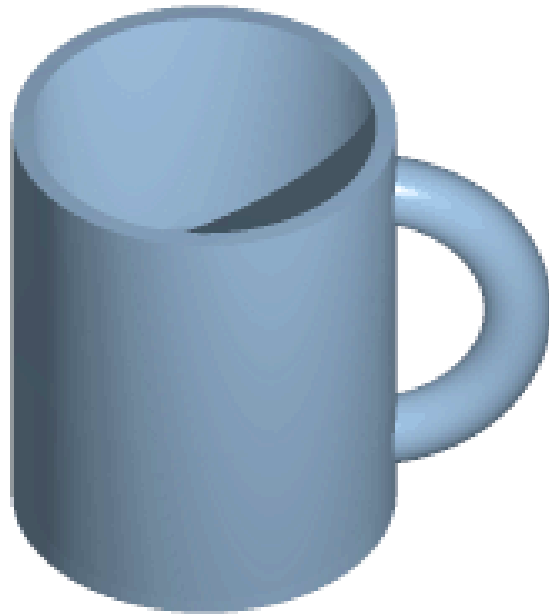
Per capire ci serve la **TOPOLOGIA**

Topologia

- **Topologia** studia gli spazi topologici (spazi in cui viene definito cosa vuol dire «avvicinarsi»).
- Una funzione f da X a Y (spazi topologici) viene definita **continua** se ogni qual volta la variabile x si avvicina x_0 allora $f(x)$ si avvicina a $f(x_0)$.
- **Omeomorfismo** applicazione biettiva continua con inversa continua.

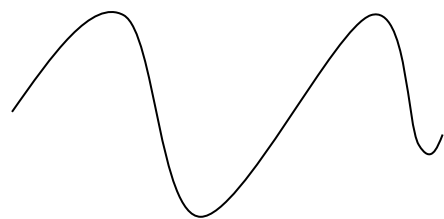
- Due oggetti in topologia sono considerati **equivalenti** se esiste un omeomorfismo fra di loro.
- **Idea intuitiva:** omeomorfismo deformazioni continue di un oggetto
- **Attenzione:** distanze ed angoli non sono mantenuti dagli omeomorfismi.

- Il topologo non distingue la tazza dalla ciambella:

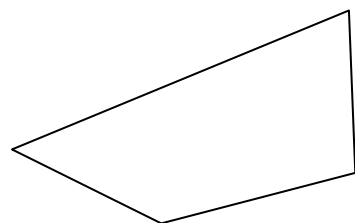


Topologia

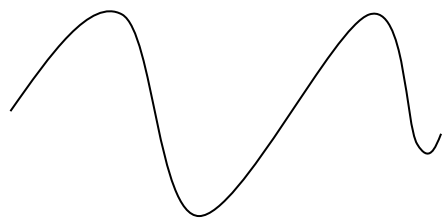
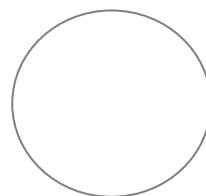
Cosa è vietato in topologia? **Tagliare e incollare.**



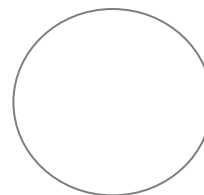
equivalenti



equivalenti



non equivalenti



Topologia

Due spazi topologici **non** equivalenti:

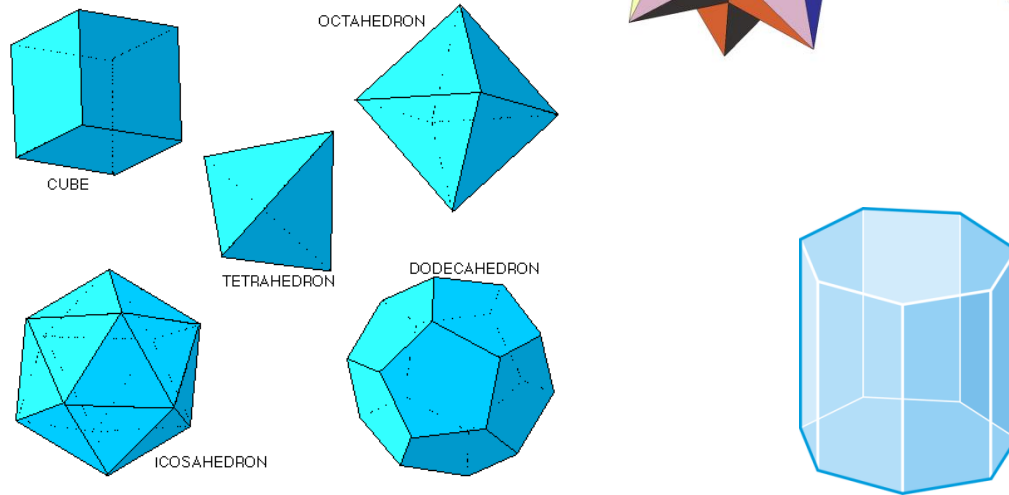


palla (krapfen)



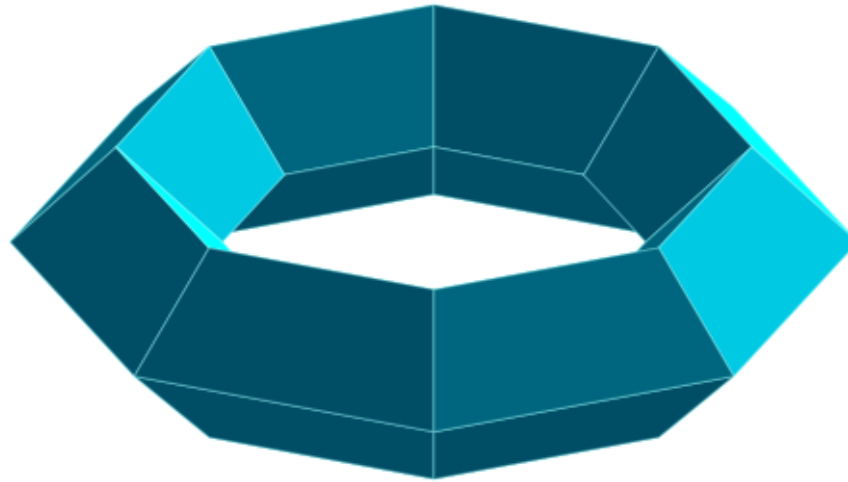
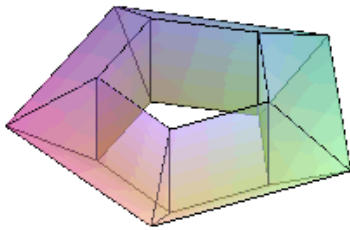
toro solido (ciambella)

Il valore $F-S+V$ dipende dalla
topologia!



Se il poliedro è equivalente
topologicamente ad una **palla** allora

$$F-S+V=2$$

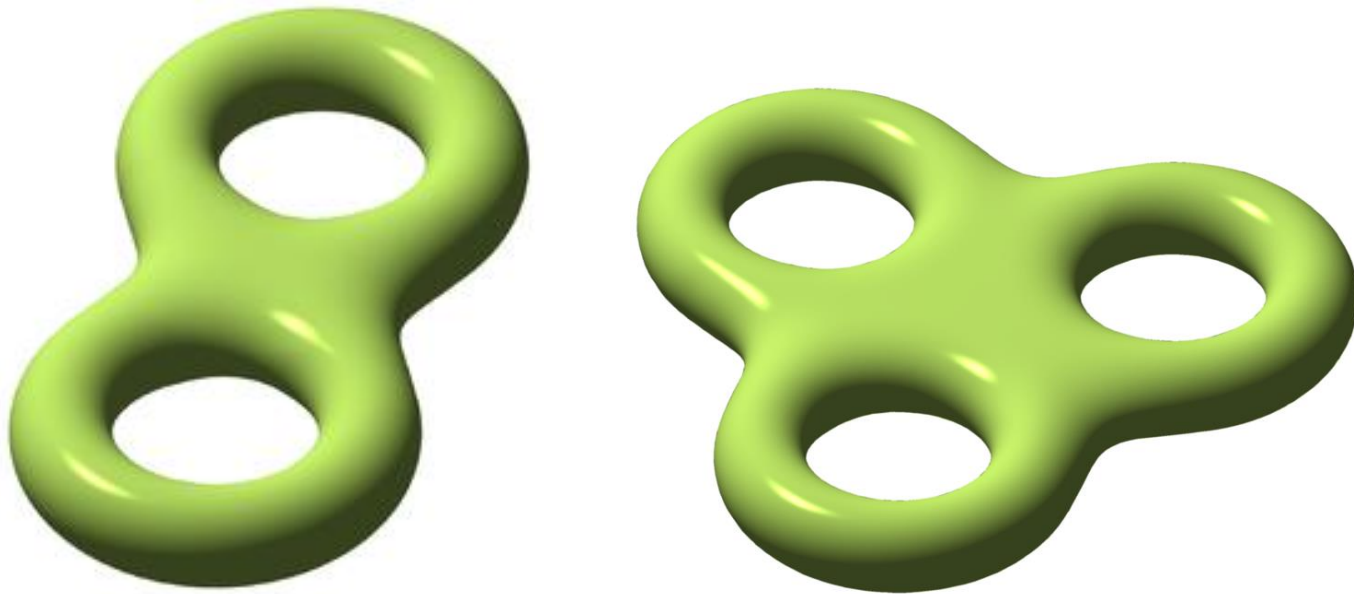


$$F=32 \quad S=64 \quad V=32$$

- Se il poliedro è equivalente topologicamente ad un toro solido

$$F-S+V=0$$

- I modelli topologici per poliedri (non troppo strani) si ottengono incollando tori solidi:



g ciambelle incollate si dicono un handlebody di genere g

- Esercizio:

Quale formula si ottiene per un poliedro topologicamente equivalente ad un handlebody di genere g ?

$$F - S + V = ?$$

$g=0$ caso della palla

$g=1$ caso del toro solido

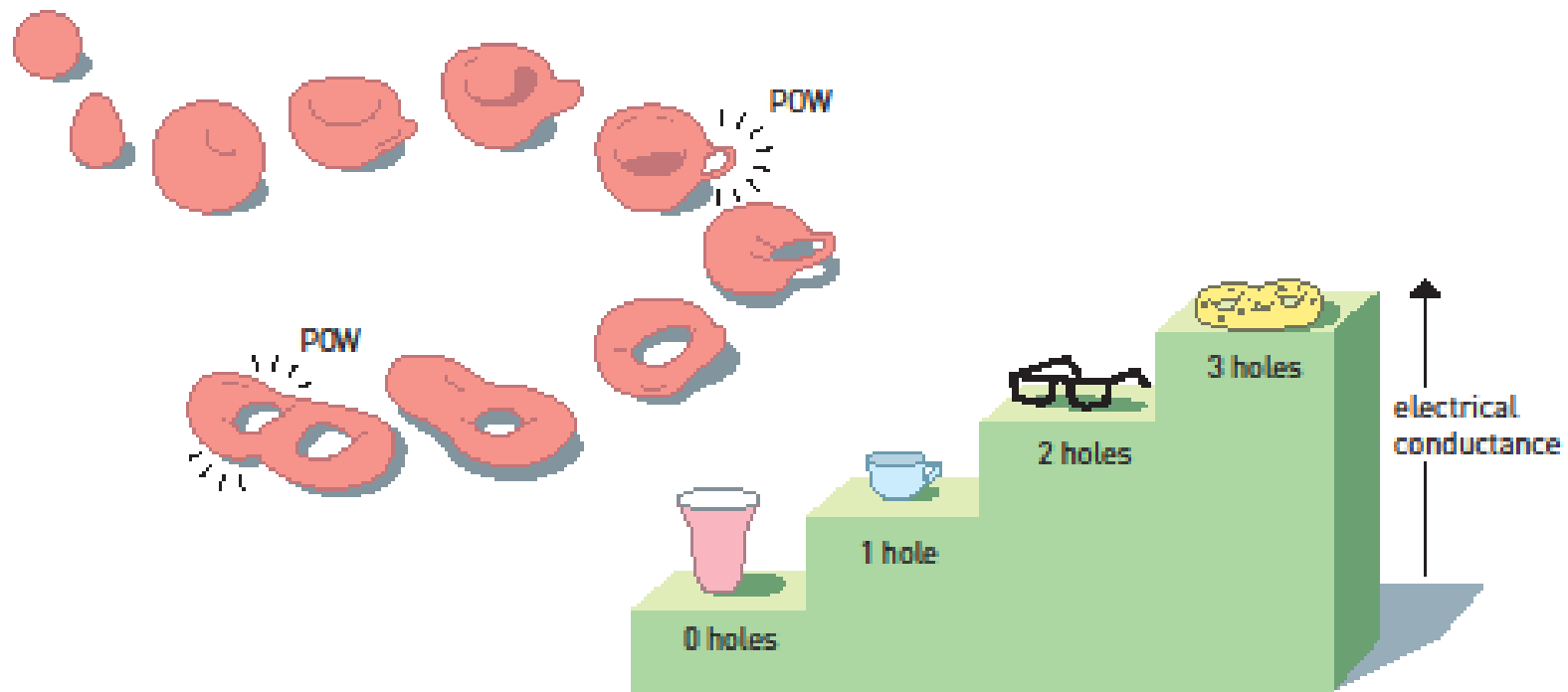
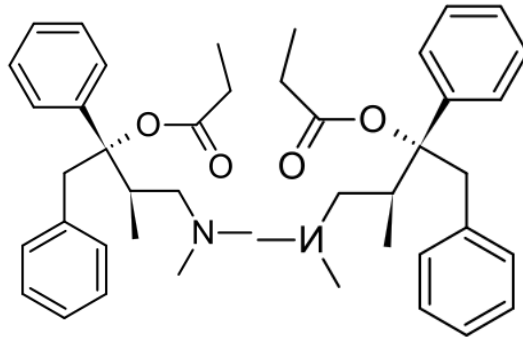


Illustration: ©Johan Jarnestad/The Royal Swedish Academy of Sciences

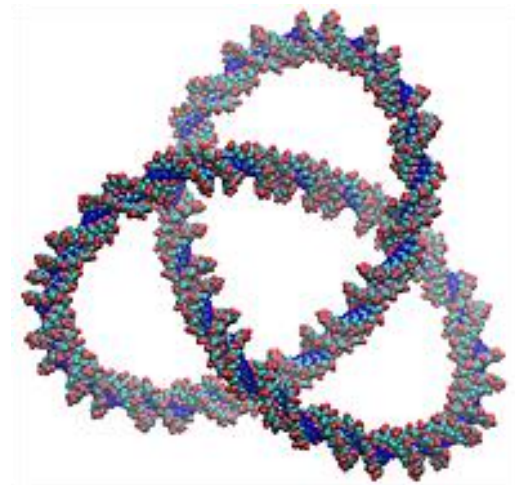
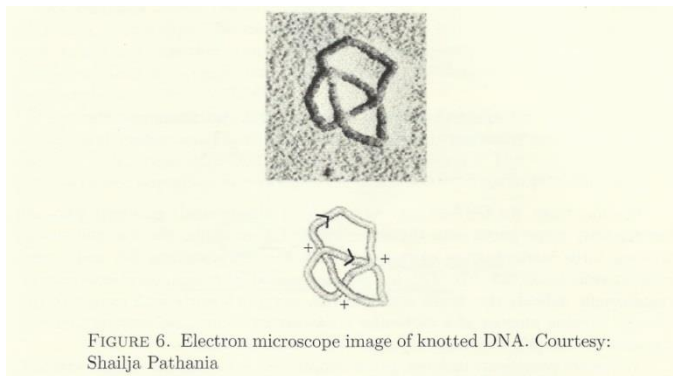
Applicazioni della topologia:

- In matematica viene considerata comunque **uno strumento di base**
- Ci sono dei settori in cui la topologia gioca un ruolo centrale:
 - topologia in dimensione bassa
 - topologia generale
 - teoria dei nodi
 - topologia algebrica

- Abbiamo scoperto che in **fisica** è importante per lo studio della materia esotica.
- **Chimica**: studio delle simmetrie delle molecole.



- **Biologia**: studio del DNA .



Grazie mille per l'attenzione!



Matematici al lavoro

Storie di laureati
in matematica
raccontate
dai protagonisti

**19 Aprile 2017
ore 17:00**

Università degli studi
di Trieste

**Edificio H2 Bis
Via Valerio 12/1**

Contatti:
mmeccchia@units.it

Interventi di:

Davide Catalano

Software Engineer

Innova Spa

Sara Erbetti

Insegnante

Scuola media «Tito Livio»

Ilaria Gandin

Ricercatrice in
Innovation Analytics

AREA Science Park

Lisa Nussio

Technology Consulting Analyst

Accenture

Lorenzo Pellis

Ricercatore in
Modellistica per Epidemiologia
University of Warwick



UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE